



図-1 落とし戸に作用する緩み土圧算定式の概念図 (Terzaghi, 1943)

以下に、福島啓一著「わかりやすいトンネルの力学」土木工学社 (H6) pp11-12から式の誘導を追加して解説する。

いま、トンネル上に幅B、厚さdzの土塊を考えると、この土塊に働く鉛直力のつり合いはJanssenがサイロ内の圧力を求めるために導いた式と同じ考えで次のように求められる。(上図)

$$B \gamma dz = B(\sigma_v + d\sigma_v) - B\sigma_v + 2\tau dz \quad (式1)$$

ここで  $\gamma$ ; 地山の単位体積重量

側面での上向き摩擦力  $\tau$  は、クーロンの摩擦力の式より次のように表される。

$$\tau = c + \sigma_h \cdot \tan \phi = c + Kh \cdot \sigma_v \cdot \tan \phi \quad (式2)$$

ここで  $Kh$ ; 側圧係数  $Kh = \sigma_h / \sigma_v$

また、土塊の幅Bはすべり線がトンネル側壁の下端から  $45^\circ + \phi/2$  の角度で始まり、トンネル天端より上では鉛直と仮定する。

$$B = 2[b/2 + h \cdot \tan(45^\circ - \phi/2)]$$

ここで トンネル幅; b, トンネル内空高; h

(式1)に(式2)を代入すると

$$B \gamma dz = B(\sigma_v + d\sigma_v) - B\sigma_v + 2(c + Kh \cdot \sigma_v \cdot \tan \phi) dz$$

$$B(\sigma_v + d\sigma_v) - B\sigma_v + 2c \cdot dz + Kh \cdot \sigma_v \cdot \tan \phi \cdot dz$$

移項し整理すると

$$B d\sigma_v = (B \gamma - 2c - 2Kh \cdot \sigma_v \cdot \tan \phi) dz$$

$$d\sigma_v / dz = (\gamma - 2c/B) - (2Kh \cdot \tan \phi / B) \cdot \sigma_v \quad (式3)$$

両辺に  $-(B/2kh \cdot \tan \phi)$  をかけると

$$\left( \frac{-B}{2Kh \cdot \tan \phi} \right) \frac{d\sigma_v}{dz} = \left( \frac{-B}{2Kh \cdot \tan \phi} \right) \left( \frac{B\gamma - 2C}{B} \right) + \sigma_v$$

ここで  $\alpha = -B / (2Kh \cdot \tan \phi)$   $\beta = (B \gamma - 2c) / B$  と置き換えると

$$\alpha \times \frac{d\sigma_v}{dz} = \sigma_v + \alpha \beta$$

$$\text{よって} \quad \frac{d\sigma_v}{\sigma_v + \alpha\beta} = (1/\alpha)dz \quad (\text{式4})$$

ここで、積分公式に準ずる式を利用する。

	$\int \frac{dy}{y+A}$	=	$\int \frac{Bdz}{dt}$	ここで $\sigma_v = y$ $A = \alpha\beta, B = 1/\alpha$
置換積分法	$t = y + A$		$dt = dy$	
	$\int \frac{dt}{t}$	=	$\int \frac{Bdz}{BZ + C'}$	C'; 積分定数
	$\log_e(t)$	=	$BZ + C'$	
	$\log_e(y+A)$	=	$BZ + C'$	
	$y+A$	=	$\exp(BZ+C')$	
	$y$	=	$-A + \exp(BZ+C')$	
$\therefore$	$\sigma_v$	=	$-\alpha\beta + \exp((1/\alpha)Z+C')$	(式5)

$$\begin{aligned} \text{したがって} \quad \sigma_v &= - \left( \frac{-B}{2Kh \cdot \tan\varphi} \right) \left( \frac{(By-2C)}{B} \right) \\ &+ \exp \left( \left( \frac{-2Kh \cdot \tan\varphi}{B} \right) \cdot z + C' \right) \\ \therefore \quad \sigma_v &= \left( \frac{By-2C}{2Kh \cdot \tan\varphi} \right) + \exp \left( \left( \frac{-2Kh \cdot \tan\varphi}{B} \right) z + C' \right) \end{aligned} \quad (\text{式6})$$

次いで積分定数C'を求める。

いまZ=0(地表)では $\sigma_v = q$ (地表面載荷)となるため

$$\begin{aligned} q &= \left( \frac{By-2C}{2Kh \cdot \tan\varphi} \right) + \exp C' \\ \therefore \quad \exp C' &= q - \left( \frac{By-2C}{2Kh \cdot \tan\varphi} \right) \end{aligned}$$

(式6)を変形し

$$\sigma_v = \left( \frac{By-2C}{2Kh \cdot \tan\varphi} \right) + \exp \left( \left( \frac{-2Kh \cdot \tan\varphi}{B} \right) \cdot z \right) \times \exp C'$$

$$\begin{aligned}
&= \left( \frac{B\gamma - 2C}{2Kh \cdot \tan\varphi} \right) + \exp \left( \left( \frac{-2Kh \cdot \tan\varphi}{B} \right) Z \right) \left( q - \left( \frac{B\gamma - 2C}{2Kh \cdot \tan\varphi} \right) \right) \quad (4/4) \\
&= \left( \frac{B\gamma - 2C}{2Kh \cdot \tan\varphi} \right) + \exp \left( \left( \frac{-2Kh \cdot \tan\varphi}{B} \right) Z \right) \times q \\
&\quad - \exp \left( \left( \frac{-2Kh \cdot \tan\varphi}{B} \right) Z \right) \times \left( \frac{B\gamma - 2C}{2Kh \cdot \tan\varphi} \right)
\end{aligned}$$

よって 土被りZのトンネルの緩み鉛直荷重 $\sigma_v$ は次式で求められる。

$$\begin{aligned}
\sigma_v = & \left( \frac{B\gamma - 2C}{2Kh \cdot \tan\varphi} \right) \left( 1 - \exp \left( \left( \frac{-2Kh \cdot \tan\varphi}{B} \right) Z \right) \right) \\
& + q \cdot \exp \left( \left( \frac{-2Kh \cdot \tan\varphi}{B} \right) Z \right) \quad (式7)
\end{aligned}$$

以上